

数学学习过程中的表征系统

王秀珍¹, 于晓红¹, 顾悦²

(1. 哈尔滨师范大学 计算机科学与信息工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150025;
2. 东北农业大学 电气与信息学院, 黑龙江 哈尔滨 150030)

摘要:近20年来, 数学认知学习的大量研究结果揭示大脑皮层的联合区域, 尤其是数学表征的特定区域——顶叶皮层, 在学习之后仍然具有一定的可塑性。根据近年来的研究进展, 探讨语言表征、数学经验和有效学习以何种方式改变数学系统表征。研究表明, 数学表征系统涉及了包括语言表征和数学经验在内的多个大脑皮层, 并且存在自我调控机制; 表征系统可以在不同的尺度上发生变化, 语义理解的学习之后将伴随着信息整合。通过信息整合, 人们将学习内容的外部表征从理解的层次整合到经验表征系统, 类似问题的解决将会趋于自动化。

关键词:数学表征; 可塑性; 学习; 记忆; 认知

中图分类号:B842.1

文献标志码:A

文章编号:1674-2494(2014)04-0114-05

自1979年认知科学学会(Cognitive Science Society)在美国成立以来, 众多的学术团体建立了各自的认知研究队伍, 从不同的角度、不同的侧面研究学习机制^[1]。脑科学的研究在我国也日益受到高度重视。同时, 我国把“神经科学与学习”作为国家的重点课题之一, 努力以全新的科学理论和先进的科学手段, 揭示大脑学习的可塑性。随着认知科学的发展, 人们在学习会越来越依赖于认知学习理论, 学会适应环境, 控制情绪, 利用经验知识进行学习。Elsbeth Stern在自然杂志上发表的评述《教学满足神经科学》强调了学习的科学是“基于脑的学习”^[2]。因此, 基于知识表征的学习机理研究将为人类科学用脑、高效学习、提高智能提供依据。脑科学认为, 知识表征是储存在大脑记忆中的各个脑区相互联系的知识结构, 其作用在于建构对于事实的解释, 是学习的结果和问题解决的关键, 正如著名的认知心理学家安德森(Anderson)认为的:“以多种方式应用我们从自己的经验中获得的知识, 认知才得以进步。理解知识怎样运用的前提是理解它怎样在人脑中表征的。”可见, 研究“知识表征”在学习中的作用, 可使学习者更有效地把所学习的知识同化或顺应到现有的知识表征中, 并使之深入化、系统化以便能够更准确地解决学习过程中的问题。

收稿日期:2014-05-25

基金项目:黑龙江省自然科学基金项目“基于信息粒度的学习与记忆过程的信息处理机制”(F201233); 重点实验室开放课题“基于fMRI/ERP的认知学习及优化模型研究”(SEIE2013-04); 黑龙江省社会科学基金专项“基于认知心理学的网络信息组织模式研究”(11D055); 黑龙江省社会科学基金专项“基于认知和信息粒度的语义网信息组织模式研究”(12D067); 国家社会科学基金“基于用户行为和信度粒度的社会网络环境下信息组织模式研究”(13BTQ057)

作者简介:王秀珍(1965-), 女, 黑龙江密山人, 教授, 工学博士, 主要研究方向为认知学习与智能信息处理及脑信息学。

一、基于语言表征的数学学习模式

语言是人们表达、交流的工具,语言是实现获取信息和表达意图的机制,是一个意义潜势系统和形式系统(即语言的词汇-语法系统)复合的表征系统。而初等数学学习是基于语言的知识表征,人们最初的“数”的概念的建立,通常是通过语言表征和实物联系在一起的,所以初等运算的学习都是通过实物计数的方法并依赖于语言表征的提取、融合而获得的学习结果。Butterworth 在算术能力发展的最新综述报告中,指出智障儿童算术能力发展的轨迹就借助了语言来学习数字序列,形成最初的数概念,然后借助语言来记忆和提取运算的事实、扩大数的概念^[3]。Dehaene 等在成人数字运算的 fMRI(磁共振脑功能成像)和 ERP(事件相关电位)实验中的精确计算与脑的语言加工区有直接的关系,进一步证实了算术运算依赖于语言的表征^[4]。

近年的脑成像在数学上的研究一直是以“数字的运算”为主导。已有的研究对数的运算表征进行了详细论述,简单地讲就是不断地探明和分化各个脑区的功能。其基本方法是对语言认知能力受损的被试进行数字运算的脑成像,结果表明被试仍然具有部分或全部算术认知能力^[5],又如:Benson 与 Denckla 所报告的病例则是在要求语言参与的数字理解任务中存在明显障碍,但当问题以阿拉伯数字呈现时,他们却可以完成数学计算任务^[6]。尽管现有的研究还不能完全表明,数学认知失能的脑损伤的那些算术认知能力和语言的知识表征有直接的关系,但已有的研究可以说明,部分的算术认知能力依赖于语言认知能力,部分的算术认知能力又具有自身的抽象特点^[7-8]。

随着数学符号从文字中不断的分离,抽象的数学语言就逐渐地同语言进行了分离。语言的表征很难完全支持抽象的数学关系的描述。Yulin Qin 等在青少年的一元一次方程学习的脑成像实验中,揭示了代数学习更依赖于视空间而不是语言的脑区^[9],也就是数学表征通过语言表征的“连接”,将各种数学概念、规则和运算连接起来,达到“融合”的目的,形成了更高层次的表征系统。由此可知,随着数学表征不断的精细和深入,高等数学的学习模式应更多地依赖于抽象的数学表征。

二、原有表征对数学学习的影响

表征被看作是信息存在的具体形式,知识表征是学习的基础。所谓数学表征,是指学习者现有知识的容量、链接强度和建构方式,它是由学习者目前从记忆中提取出来的概念、命题、规则等构成的,是一个具有内部结构的整体效应,是由数学知识结构“内化而来”的。个体之所以具有复杂的数学表征,主要是由表征系统不断修正导致的。数学表征包括学习者头脑中的两个方面:信息粒和链接强度。所谓信息粒是数学最基本的概念、定理、公式等在学习者头脑中的存储单元,而链接强度是指把数学知识单元组合成学习者头脑中的数学知识的链接、逻辑关系等。

缺乏充分有效的数学表征也是数学学习障碍的主要症结。数学障碍者在记忆痕迹的深度与记忆单元粒度大小的表征上呈现出了显著的差异。这也为成人的数学学习提供了充分的依据。所以说学习可塑过程中数学表征能力在成人数学学习中起着决定性的作用。依赖于表征的学习过程见图 1。

在这一模式中,被激发的新的信息粒(S_1, \dots, S_n)等基本要素是学习效果所关注的内容,而数学知识的输入和数学知识表征是保证数学学习成功的必要条件,以知识表征为基础对输入信息进行编码,如根据算术、视觉和数学符号等特征进行编码。处理后转变成为新的认知因素,进而构成新的知识表征,达到真正的学习效果。所以,无论是在初等数学学习还是高等数学中,信息整合处理都是一个十分有效的认知处

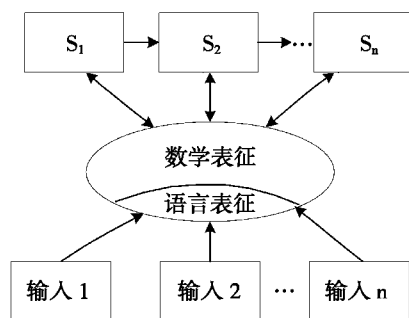


图 1 学习中新的表征的形成过程

理过程。但当信息整合处理时,由于知识表征的不完整性会导致建构错误或者输入信息遗漏,信息误解等^[10],从而造成错误的学习结果。如:初等数学表征有问题,则高等数学学习就可能产生错误的结果。所以初等数学表征的建立状况直接关系着高等数学学习的绩效和成败。只有基于完备的知识表征系统,表征系统才能随着学习可塑的过程不断更新,容量不断增加,解释力不断增强。

由此可见,数学表征的容量、记忆单元的链接强度直接影响着后继数学学习的效果。这种容量的减少或记忆单元主连接强度的减弱则表现为求解问题能力的减弱。求解数学问题不仅包括数学的概念、公式、定理、公理等知识表征,而且包括组成数学知识系统的逻辑联系、互相连接成分的各知识单元的链接强度和关系。数学的新的表征系统是学习者通过学习可塑性将数学知识结构内化到信息系统中形成新的概念、命题、图式、语义网络、生成规则和结构。

三、有效学习对数学表征的修正

学习是通过感觉通道接受输入信息和进行信息的主动加工过程,任何有效的学习都是各相关脑区在原有的表征系统基础上,加上自己已有的相关概念的链接、加工和重新链接,存储其概念和相关链接规则的过程,并不是机械地保留原来的表征信息,而是将经过加工的信息按一定的方式进行链接和保存基本特征的生成过程。实际上是表征的信息粒的容量逐渐增大,各信息粒的链接逐渐增强的过程。

通过 fMRI 已经可以观测成人数学表征的功能,可以将学习和表征紧密联系起来,从而将表征贯穿于学习的整个过程。学习者在学习过程中的表征是动态的,他们在学习时不断地对已有的表征进行“修剪”,使之更适应现有的学习环境。所以,要想解决现有表征出现的问题,应该在儿童时期打好基础,这就需要根据学习的规律,逐渐地完善表征系统。如:Beatriz Luna 所报告的成人人工代数运算的学习和青少年代数运算的学习在有些相同脑区的活动水平有相同的变化趋势,有些相同的脑区有不同的趋势^[11]。这说明数学表征系统的完善是随着学习的不断深入而发生变化的。Gogtay 等从大脑右侧和顶部给出了随着年龄的增长大脑数学学习的表征系统的形成,如图 2 所示^[12]。

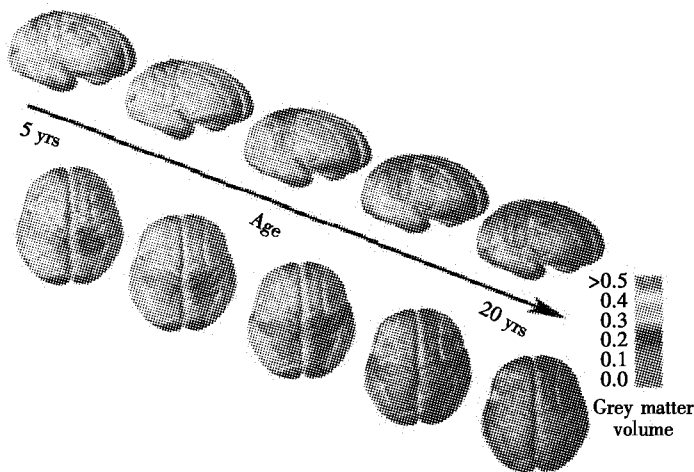


图 2 随着年龄的增长数学表征的形成
注:其中右侧的长方条是灰质的体积单元。

随着脑科学研究的深入,我们逐渐对学习功能有了进一步的了解。在对学习的绩效起决定作用的前额区,承担着控制、调用并整合信息到原有的表征系统中。研究者通过对成人人工逻辑运算符学习的 fMRI 实验结果跟踪调查表明,成人在原有数学表征系统的基础上,将新学习的知识,构建到原有的表征系统中,从而产生新的表征系统^[13],即语法结构的表征只有同化或顺应到原有的表征系统中,才能形成新的表征系统。也就是说,由于学习的可塑性,新的数学知识与原有的数学表征系统产生冲突,通过认知冲突来诱发数学思维的积极性,从而能够有效促进数学表征的重新构建。

数学信息的表征形式具有逐级抽象的特点,因此,相应数学表征能力是继续学习的基础。只有基于完备表征系统的学习,才能更加高效地改变相关脑区的活动水平,学习效果在行为表现和神经机制上才能具有一定的稳定性。同样,有效学习也可以加强重新构建数学表征的正确性和表征的强度,而对策略选取的合理性、科学性加强是学习者新建构表征系统的关键影响因素,同时也是继续学习的重

要组成部分。

四、结语

用脑科学和认知科学在数学表征的最新研究成果来指导人们进行数学基本原理和原则的学习,能合理地建构后继相关知识学习的基本框架。鉴于对最新脑功能研究的关注将改善学习的质量,并有助于后继学习。因此,探明不同学习方式对人脑结构与功能表征的重要作用,深入认识数学表征的神经机制,为学习者提高学习效率、解决数学学习与认知障碍提供科学的理论依据与科学方法。

已有的实验表明,数学学习过程其实就是图式、同化、顺应、平衡所构成的螺旋式前进的过程,学习过程的获得是学生通过新旧知识表征间的反复的、双向的相互作用过程而建构成的。数学学科在整个科学体系中占有重要地位,涉及的概念多,规律原理等知识面广,只有在学习过程中根据已有的表征,在原有图式和新刺激物之间引起矛盾、兴趣、需求等不平衡,学习的认知结构才能得到优化和发展,也才能最终达到数学学习的成效。

在整个学习阶段,表征系统是一个持续变化并依赖于语言、经验和学习程度的信息系统。它反映了信息的增益和大脑联合区域的变化,包括顶叶皮层,都不断调整自身以适应新的学习效果的需要。相关的大部分研究仍集中在数字系统的实验上,但只靠数字系统实验数据很难对数学学习的神经机制问题给予充分的理解。而且不同的实验设计显示了不同的结果。目前我们还很难统一地解释这些研究的表征系统差异的原因。近年来随着人们对 fMRI、ERP、PET 等技术的发展成熟和对神经机制的不断的深入理解和认识,多维方式和多维角度认知功能成像已经在数学表征研究中得到应用。今后的研究将从两方向展开:一是应用多种技术手段和不同的实验设计方法来更深入地揭示数学学习过程中表征系统的动态改变及其与语言、经验的内在联系的神经机制;二是将初等数学和一些高等数学的学习过程进行对比和分析,从而真正揭示数学学习这一过程表征系统的本质。

参考文献:

- [1]周昊天,傅小兰. 认知科学——新千年的前沿领域[J]. 心理科学进展,2005,13(4):388-397.
- [2]Elsbeth Stern. Pedagogy meets neuroscien[J]. Science,2005,310:745.
- [3]Butterworth Brian,Yulia Kovas. Understanding neurocognitive developmental disorders can improve education for all[J]. Science,2013,340(6130):300-305.
- [4]Dehaene Stanislas,Spelke Elizabeth S,Philippe Pinel,et al. Sources of mathematical thinking:behavioral and brainimaging evidence[J]. Science,1999,284:969-974.
- [5]Warrington Elizabeth K. The fractionation of arithmetical skills:A single case study[J]. Quarterly Journal of Experimental Psychology,1982,34A:31-51.
- [6]Benson David Frank,Denckla Martha Bridge. Verbal paraphasia as a source of calculation disturbance[J]. Archives of Neurology,1969,21:96-102.
- [7]Gelman Rochel,Butterworth Brian. Number and language:how are they related?[J]. Trends in Cognitive Sciences,2005,9(1):6-10.
- [8]Nadja Tschentscher,Olaf Hauk. How are things adding up? Neural differences between arithmetic operations are due to general problem solving strategies[J]. NeuroImage,2014,92:369-380.
- [9]Yulin Qin,Carter Cameron S,Eli M,et al. The change of the brain activation patterns as children learn algebra equation solving[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America,2004,101(15):5686-5691.
- [10]Gelia Hoyles,Candia Morgan,Geoffrey. Rethinking the mathematics curriculum[M]. Philadelphia:Falmer Press,1999.
- [11]Beatriz Luna. Algebra and the adolescent brain[J]. Trends in Cognitive Science,2004,8(10):437-439.
- [12]Gogtay Nitin,Giedd Jay N,Lusk Leslie,et al. Dynamic mapping of human cortical development during childhood through

early adulthood [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2004, 101: 8174-8179.

[13] Benjamin Clemens, Stefanie Jung, Mikhail Zvyagintsev, et al. Modulating arithmetic fact retrieval: A single-blind, sham-controlled tDCS study with repeated fMRI measurements[J]. Neuropsychologia, 2013, 51: 1279-1286.

Representation System in Mathematics Learning

Wang Xiuzhen¹, Yu Xiaohong¹, Gu Yue²

(1. Computer Science and Information Engineering Institute, Harbin Normal University, Harbin 150025, China; 2. College of Electrical and Information, Northeast Agricultural University, Harbin 150030, China)

Abstract: During recent two decades, the results of many studies indicated that all areas of the brain, including the parietal cortex, are plastic even after being trained. Based on the recent advances on mathematical learning, issues such as where in the brain, when and how practice-related changes occur were reviewed. Mathematical representation system involves multiple brain areas and can occur in language representation system and mathematical experience system. Information integration following semantic learning may be a rule of mathematical learning. As results of mathematical learning, through integration of information, people will integrate the external representation system to experience systems, and the task will be performed more automatically.

Key words: mathematical representation; plasticity; learning; memory; cognition

(责任编辑 石丽娟)

本 刊 声 明

本刊已许可中国学术期刊(光盘版)电子杂志社在中国知网及其系列数据库产品以及其他数据库以数字化方式复制、汇编、发行、信息网络传播本刊全文。作者向本刊提交文章发表的行为即视为同意我刊上述声明。