

# 基于排队论的快餐厅点餐模式优化研究

刘敬刚

(华北电力大学(保定)数理系,河北保定 071003)

**摘要:**快餐厅日益成为人们生活的一部分,但是在快餐厅点餐时排队时间过长逐渐引起了顾客的不满。基于排队论对快餐厅点餐模式进行优化研究,讨论当前多队列多服务台的点餐模式,给出一种单队列多服务台的点餐模式,并对两种点餐模式进行比较,结果表明快餐厅采用单队列多服务台的模式经营,可提高服务质量和经济效益。

**关键词:**排队论;快餐厅;点餐模式;服务质量;经济效益

**中图分类号:**F224.34;O226

**文献标志码:**A

**文章编号:**1674-2494(2012)04-0060-03

随着人们生活节奏日益加快,快餐厅(如麦当劳、肯德基等)已经成为生活中不可或缺的一部分。可是在快餐厅点餐的排队时间往往过长,浪费了顾客的宝贵时间,同时也使得快餐厅“快捷、方便”的特色打了折。当前快餐厅在大厅有一个服务台,在服务台设置几个点餐窗口,顾客到来后随机地选择空闲的点餐窗口进行点餐,没有空闲点餐窗口时,就选择排队人数较少的点餐窗口进行排队等候。对于类似问题已经有文章进行了研究<sup>[1-5]</sup>,如文献[1,5]提出对于服务能力按照需求进行弹性调解,文献[3,4]讨论了在顾客流确定的情形下,最佳服务能力的设定问题。但是对排队模式进行讨论的较少,尤其是系统容量有限的情形下,选择什么样的排队模式可以最大限度地提高系统的效率。文中基于排队理论对快餐厅的点餐模式进行了优化研究,给出了一种新的点餐模式,并与当前主流的点餐模式进行了比较,发现新的点餐模式可以使得顾客享受到快捷的服务,快餐厅也会由于效率的提高而增加经济效益。

## 一、排队论

排队论是运筹学的一个分支,又称随机服务系统理论,是研究要求获得某种服务的对象所产生的随机性聚散现象的理论<sup>[1,3,6]</sup>。

### 1. 排队系统的组成

一般排队系统由输入过程、排队规则和服务机构三个基本部分组成。

输入过程指顾客到达排队系统。需要考虑顾客是有限的还是无限的;顾客相继到达的间隔时间是确定型的还是随机型的;顾客到达是相互独立的还是有关联的;输入过程是平稳的还是不平稳的。

排队规则分为即时制和等待制。对于等待制,服务方式有先到先服务、后到先服务、随机服务、有优先权的服务。队列的数目可以是单列也可以是多列,队列的容量可以是有限的也可以是无限的。

服务机构包括为每个顾客服务所需的时间概率分布、服务台数目以及服务台的排列方式。

### 2. 排队模型的分类

D. G. Kendall 在 1953 年按照排队系统的组成和特征进行分类,给出了 Kendall 记号,并在 1971 年关于排队论符号标准化会议上得以完善,具体表示为: $X/Y/ZA/B/C$ 。其中: $X$ 指相继到达的时间间隔分布; $Y$ 指服务时间分布; $Z$ 指服务台的数目 $c$ ; $A$ 指系统容量限制 $N$ ; $B$ 指客源数目 $m$ ; $C$ 指服务规则。

### 3. 排队系统的评价指标

对于一个给定的排队系统,称单位时间内平均到达的顾客数为平均到达率,记作 $\lambda$ ;称单位时间内单个服务

收稿日期:2012-04-28

作者简介:刘敬刚(1978-),男,河北保定人,讲师,硕士研究生,主要从事微分方程数值解法的研究。

台服务顾客的平均数为平均服务率,记作 $\mu$ 。求解排队问题的目的是研究排队系统的运行效率,估计服务质量,确定系统参数的最优值,以决定系统结构是否合理,在此基础上,进行研究设计和提出改进措施等,因此必须确定判断系统运行优劣的基本数量指标,解排队问题就是求出这些数量指标的概率分布或特征值。这些数量指标包括: $L$ 为系统中的平均顾客数; $L_q$ 为系统中平均排队的顾客数; $W$ 为顾客在系统中的平均逗留时间; $W_q$ 为顾客在系统中的平均等待时间。可见当平均到达率和平均服务率不变时, $L_q$ 和 $W_q$ 越小说明该排队系统效率越高。

## 二、快餐厅经营模式的数学模型

对于快餐厅而言,当前比较流行的经营模式是服务台处有几个点餐窗口,假定每个窗口的平均服务率相同,每个窗口前顾客排成一列接受服务。因此顾客到来首先要选择在哪一列进行排队(一般选择人数较少的),考虑到不同队列的顾客不能随意换队,而不同点餐窗口的服务时间是随机的,所以该顾客做出的选择很可能不是最优的,这样就增加了该顾客的等待时间。下面应用排队理论对快餐店的点餐系统进行优化。

理论上快餐厅顾客到达形成泊松流,顾客接受点餐服务的时间服从负指数分布,采用先到先服务(FCFS)的服务规则,系统容量 $N$ 有限,故考虑以下模型:

### 1) $M/M/1/N/\infty$ 模型

记服务强度 $\rho=\lambda/\mu$ ,系统状态概率和各指标的计算公式如下<sup>[6]</sup>:

$$\begin{cases} P_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}, & (\rho \neq 1); L_s = \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(N+1)\rho^{N+1}}{1-\rho^{N+1}}, L_q = L_s - (1-P_0); W_s = \frac{L_q}{\lambda(1-P_N)} + \frac{1}{\mu}, W_q = W_s - \frac{1}{\mu}。 \\ P_n = P_0 \rho^n, & (n \geq 1) \end{cases}$$

### 2) $M/M/c/N/\infty$ 模型

假定有 $c$ 个服务台并列,则整个系统的平均服务率当 $N < c$ 时,为 $n\mu$ ;当 $N \geq c$ 时,为 $c\mu$ 。记服务强度 $\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$ ,系统状态概率和各指标的计算公式如下<sup>[6]</sup>:

$$\begin{cases} P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^c \frac{(c\rho)^k}{k!} + \frac{c^c}{c!} \cdot \frac{\rho(\rho^c - \rho^N)}{1-\rho}} (\rho \neq 1), \\ P_n = \begin{cases} \frac{(c\rho)^n}{n!} P_0, & (0 \leq n \leq c), \\ \frac{c^c}{c!} \rho^n P_0, & (c \leq n \leq N), \end{cases} \\ L_q = \frac{P_0 \rho (c\rho)^c}{c!(1-\rho)^2} [1 - \rho^{N-c} - (N-c)\rho^{N-c}(1-\rho)], L_s = L_q + c\rho(1-P_N); W_q = \frac{L_q}{\lambda(1-P_N)}, W_s = W_q + \frac{1}{\mu}。 \end{cases}$$

## 三、模型应用

假定某快餐厅有3个点餐窗口,即 $c=3$ ,顾客的到达服从泊松过程,平均到达率为 $\lambda$ 人/分钟,点餐的服务时间服从负指数分布,每个点餐窗口的平均服务率相同为 $\mu=3$ 人/分钟,餐厅的容量 $N=30$ 人,现在分2种情形考虑:

- I) 顾客到达后随机排成3队,分别在3个点餐窗口点餐;
- II) 顾客到达后排成一队,依次去空闲的点餐窗口点餐。

分析:情形I)可以看做3个 $M/M/1/\frac{N}{c}/\infty$ 排队系统,情形II)就是 $M/M/c/N/\infty$ 排队系统。

由已知数据,分别在 $\lambda=6$ 和15时计算情形I)单个子系统和情形II)排队系统的评价指标,结果如表1所示。

## 四、结论

由表1可以看出当顾客流相同时,有如下结论:

1) 当 $\rho < 1$ ( $\lambda=6$ )时,情形II)平均排队的顾客数为0.8887人,顾客的平均等待时间为0.1481分钟,顾客的等待概率为0.4444,点餐窗口的空闲率为0.1111,都低于情形I),即情形II)的运行效率明显优于情形I)。

表1 两种排队系统下的评价指标

评价指标	模型	$\lambda=6$		$\lambda=15$	
		情形 I)	情形 II)	情形 I)	情形 II)
平均顾客数 $L_s$		1.871 3	2.888 7	8.540 1	28.5
平均排队的顾客数 $L_q$		1.208 6	0.888 7	7.542 5	25.5
平均逗留时间 $W_s$		0.941 2	0.481 5	2.853 6	3.166 7
平均等待时间 $W_q$		0.607 8	0.148 1	2.520 3	2.833 3
点餐窗口空闲概率 $P_0$		0.337 2	0.111 1	0.002 4	$1.965 \times 10^{-8}$
顾客等待的概率		0.662 8	0.444 4	0.997 6	0.999 999 64

2)当 $\rho > 1$ ( $\lambda=15$ )时,则系统中平均顾客数接近系统容量,对于情形 I)平均顾客数为 $3L_s=3 \times 8.54=25.62$ ,而情形 II)为28.5,即情形 II)更接近于系统容量,而且情形 II)的空闲概率也小于于情形 I),从而减少顾客的流失,提高经济效益。

3)当 $\rho > 1$ ( $\lambda=15$ )时,情形 II)平均排队的顾客数为25.5人,顾客的平均等待时间为2.833 3分钟,顾客的等待概率为0.999 999 64,都高于情形 I),其原因在于情形 II)平均顾客数比情形 I)多。而点餐窗口的空闲率为 $1.965 \times 10^{-8}$ ,小于情形 I)的空闲概率0.002 4,即情形 II)点餐窗口空闲的可能性更小,也就是运行效率上高于情形 I)。

综上,情形 II)比当前快餐店流行的排队方式情形 I)的效率更高,因此快餐店应该采用情形 II)的模式进行经营。具体操作可以根据店面的大小采用“S形”的排队方式,或者采用顾客到来后按到达的先后顺序进行编号,然后空闲点餐窗口进行叫号,依次进行点餐。该模型也可以推广到其他类似的服务行业,如银行客户服务系统、超市的结账系统等。对于快餐店点餐窗口的最优数量的讨论,具体方法可以参考文献[4]。另外,考虑到快餐厅的座位有限,可以根据文献[2]的方法讨论快餐店的服务能力和顾客的能够享受到服务之间的联系,在接下来的工作中将对此做进一步研究。

#### 参考文献:

- [1]范文宇,苑 辉.基于排队论的银行客户服务系统问题研究[J].价值工程,2005(12):126-128.
- [2]周智勇,陈 峻,王 炜.基于排队论的出行车辆停放接受条件[J].东南大学学报:自然科学版,2006,36(4):638-642.
- [3]曹 伟,郭秀英.基于排队论的火车站客运售票系统问题研究[J].辽东学院学报:自然科学版,2007,14(4):216-219.
- [4]高 敏.必胜客传菜服务系统最优化研究[J].经济研究导刊,2010(7):175-177.
- [5]程元军,罗 利.基于排队论和整数规划的银行柜员弹性排班模型[J].管理学报,2010,7(10):1558-1565.
- [6]《运筹学》教材编写组.运筹学[M].第2版.北京:清华大学出版社,1990.

## The Optimization Based on the Queuing Theory for the Noshery Ordering Pattern

Liu Jinggang

(Department of Applied Mathematics and Physics, North China Electric Power University(Baoding), Baoding 071003, China)

**Abstract:** Noshery is becoming part of life, but the guests are gradually not satisfied with the boring queuing time. The optimization for the noshery ordering pattern based on the queuing theory is studied. The popular multi-queue multi-server noshery ordering pattern is discussed and a new single-queue multi-server ordering pattern is given. The results under two ordering patterns indicate that the single-queue multi-service pattern is more efficient than the popular one. So the noshery should adopt the single-queue multi-service system to develop the service quality and the economic benefits.

**Key words:** queuing theory; the noshery; ordering pattern; service quality; economic effect